

9. évfolyam

Óraszám: 111 óra/év
3 óra/hét

Ajánlás az éves óraszám felosztására

Sorszám	Témakör	Óraszám
1.	Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika	10 óra
2.	Algebra és számelmélet	25 óra
3.	Ponthalmazok, háromszögek, sokszögek	16 óra
4.	Függvények	14 óra
5.	Egyenletek, egyenlőtlenségek	18 óra
6.	Egybevágósági transzformációk	12 óra
	Összefoglalás, számonkérés	10 óra
	Év végi ismétlés	6 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika	Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	Csoportosítás különböző szempontok alapján. Halmazműveletek véges halmazokon. Halmazábra. Részhalmaz. Számhalmazok, pontthalmazok. Állítások megfogalmazása a hétköznapi életből. Matematikai állítások vizsgálata. Igaz és hamis állítások. Állítás tagadása.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A halmaz fogalmának mélyítése, alkalmazása problémamegoldásra, matematikai modellek alkotására. Több szempont alkalmazásával a megosztott figyelem fejlesztése. Definíciók, jelölések használata során az emlékezet fejlesztése. A köznapi életben használt logikai következtetések és a matematikai logikában használt kifejezések összevetése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendszerezése a célnak megfelelően. Matematikai állítások helyes megfogalmazása, érvelés, vitakultúra fejlesztése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Intervallumok: zárt, nyílt, félig zárt, félig nyílt. A fogalom szemléletes kialakítása, majd definiálása.		
Halmazműveletek: unióképzés, metszetképzés, különbségképzés, komplementer halmaz. Halmazműveletek alkalmazása több halmazra. Definíciók megfogalmazása, megértése. Halmazok felbontása diszjunkt halmazok uniójára.		<i>Informatika:</i> adatbázis-kezelés, adatállományok, adatok szűrése különböző szempontok szerint.

		<i>Biológia-egészségtan: rendszertan.</i>
Nevezetes ponthalmazok. Ponthalmazok a koordinátáson. Koordinátákkal megadott feltételek. Descartes-szorzat. <i>Matematikatörténet: René Descartes.</i>		
Matematikai tartalmú szöveg értelmezése. Tétel kimondása, bizonyítása. Állítás és megfordítása. Direkt, indirekt bizonyítás. Szükséges, elégséges, szükséges és elégséges feltétel. Állítások megsejtése, bizonyítás vagy cáfolat megadása.		
Logikai műveletek: NEM, ÉS, VAGY, „Minden”, „van olyan”, ha, akkor. A köznapi szóhasználat és a matematikai kifejezés kapcsolatának megértése. Matematikai és más jellegű érvelésekben a logikai műveletek felfedezése, alkalmazása. Érvelés és vita, ellenpélda szerepe.		<i>Magyar nyelv és irodalom: retorikai alapismeretek.</i>
Kulcsfogalmak/fo-gal-mak	Véges és végtelen halmaz, unió, metszet, különbség, komplementerhalmaz, Descartes-féle szorzat. Intervallum. Logikai művelet (NEM, ÉS, VAGY. Ha.... akkor), szükséges és elégséges feltétel. Sejtés, bizonyítás.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra (Hatványozás, oszthatóság, algebrai kifejezések)	Órakeret 25 óra
Előzetes tudás	Természetes számok, egész számok, racionális számok halmaza. Műveletek elvégzése a racionális számok halmazán fejből, írásban. Műveletek sorrendje, zárójel használat. Hatványozás. Összefüggések leírása algebrai kifejezésekkel, helyettesítési érték, zárójelfelbontás.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A számkörbővítés elveinek megértése. Gondolkodás: ismeretek rendszerezésének fejlesztése. Az absztrakciós készség fejlesztése. Algebrai kifejezések biztonságos használata, célszerű átalakítási módok megtalálása, elvégzése. Direkt bizonyítási módszer alkalmazása. Ismeretek tudatos memorizálása, az emlékezet fejlesztése.	
Ismeretek és fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
A valós számkör. Műveleti tulajdonságok alkalmazása: kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás.		
Pozitív egész kitevős hatvány. Korábbi ismeretekre való emlékezés. A hatványozás azonosságai.		
Hatványozás 0 és negatív egész kitevőre. Permanencia-elv.		
Számok normálalakja. Számolás normálalakban felírt számokkal. Normálalak a számológépen. A természettudományokban és a társadalomban előforduló nagy és kis mennyiségekkel történő számolás.		<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan: a tér, az idő, az anyagmennyiség nagy és kis méreteinek megadása normálalakkal.</i>

<p>Számok tizedes tört alakja. Véges, végtelen szakaszos, végtelen nem szakaszos tizedes törtek. Irracionális számok. A valós számok és a számegyenes kapcsolata. A racionális számok halmaza nem elegendő a számegyenes pontjainak jelölésére.</p>		
<p>Osztó, többszörös, oszthatóság, oszthatósági szabályok.</p>		
<p>A tanult ismeretek felidézése: prímszám, összetett szám, prímtényező felbontás. A számelmélet alaptétele. Végtelen sok prímszám van. Osztók számának meghatározása a prímtényező felbontásból. <i>Matematikatörténet:</i> Euklidesz, Eratoszthenész, Euler, Fermat.</p>		
<p>Algebrai kifejezések. – Egész kifejezések, polinomok, törtkifejezések. Racionális és nem racionális kifejezések. – A kifejezés értelmezési tartománya. – Helyettesítési érték. Műveleti tulajdonságok (kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás) vizsgálata.</p>		<p><i>Fizika; kémia:</i> mennyiségek kiszámítása képlet alapján, képletek átrendezése.</p>
<p>Műveletek többtagú egész algebrai kifejezésekkel. Többtagú kifejezés szorzása többtagú kifejezésekkel – zárójelfelbontás, előjelszabályok. Többtagú kifejezés szorzattá alakítása kiemeléssel.</p>		
<p>Nevezetes azonosságok: $(a \pm b)^2$; $(a+b)(a-b)$; $(a+b)^3$; $(a+b+c)^2$; $a^3 - b^3$; $a^3 + b^3$ Ismeretek (képletek) tudatos memorizálása.</p>		
<p>Azonos átalakítások. – Polinomok összeadása, kivonása, szorzása, hatványozása. Kiemelés, szorzattá alakítás. Kifejezések legnagyobb közös osztója, legkisebb közös többszöröse. – Algebrai törtek összeadása, kivonása, szorzása, osztása. Egyszerűsítés. Bővítés. A tanult azonosságok, tulajdonságok felhasználása algebrai átalakítások, egyszerűsítések során.</p>		<p><i>Fizika; kémia:</i> képletek értelmezése, egyenletek rendezése.</p>
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Valós szám, normálalak, kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás. Algebrai kifejezés, polinom, algebrai tört, azonosság, számtani közép, mértani közép.</p>	

<p>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</p>	<p>3.Geometria (ponthalmazok, háromszögek, sokszögek)</p>	<p>Órakeret 16 óra</p>
<p>Előzetes tudás</p>	<p>Tételek kölcsönös helyzete, távolsága. Háromszögek, négyszögek, sokszögek tulajdonságai. Speciális háromszögek, négyszögek elnevezése, felismerése, tulajdonságaik. Háromszögek szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. A Pitagorasz-tétel és a Thalész-tétel ismerete.</p>	

<p>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</p>	<p>A geometriai szemlélet, látásmód fejlesztése. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Bizonyítási igény kialakítása. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Számoló-, számítógép használata.</p>
<p>Ismeretek/fejlesztési követelmények</p>	<p>Kapcsolódási pontok</p>
<p>Térelemek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge.</p>	
<p>Nevezetes ponthalmazok: – adott térelemtől adott távolságra lévő pontok halmaza – síkban és térben; – két térelemtől egyenlő távol lévő pontok halmaza – síkban és térben. Vegyes feladatok ponthalmazok alkalmazására szerkesztéssel.</p>	<p><i>Informatika:</i> geometriai szerkesztőprogram.</p>
<p>A háromszög oldalai és szögei. – Háromszög-egyenlőtlenség. – Összefüggések a háromszög szögei között – belső szögek, külső szögek. – Összefüggések a háromszög oldalai és szögei között. A háromszögek szögeiről, oldalairól tanult tételek bizonyítása, alkalmazása számítási, szerkesztési és bizonyítási feladatokban.</p>	
<p>A háromszögek nevezetes vonalai: – A háromszög oldalfelező merőlegesei, a háromszög köré írt köre. – A háromszög magasságvonalai, magasságpontja. – A háromszög szögfelező egyenesei, a háromszög beírt köre, hozzáírt körei. – A háromszög súlyvonalai, súlypontja. A háromszögek nevezetes vonalairól és köreiről tanult tételek bizonyítása, alkalmazása számítási, szerkesztési és bizonyítási feladatokban. Euler-egyenes, Feuerbach-kör bemutatása grafikus programmal.</p>	<p><i>Informatika:</i> geometriai szerkesztő program használata.</p>
<p>Négyszögek, sokszögek, szabályos sokszögek. Belső és külső szögek összege. Átlók száma.</p>	
<p>Pitagorasz-tétel és megfordításának bizonyítása és alkalmazása. Számítási feladatok síkban és térben. A tétel és megfordításának alkalmazása bizonyítási feladatokban. <i>Matematikatörténet:</i> Pitagorasz.</p>	<p><i>Fizika:</i> vektor felbontása merőleges összetevőkre.</p>
<p>Thalész tétele és a tétel megfordításának bizonyítása és alkalmazása. Szerkesztési és bizonyítási feladatok. Körérintő szerkesztése. <i>Matematikatörténet:</i> Thalész.</p>	
<p>Kulcsfogalmak/fogalmak</p>	<p>Hozzáírt kör. Sokszög.</p>

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Függvények	Órakeret 14 óra
Előzetes tudás	Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben. Lineáris függvények, fordított arányosság függvénye, abszolútérték-függvény, másodfokú függvény ismerete.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Függvény-transzformációk algebrai és geometriai megjelenítése. Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvénymodell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Számítógép bevonása a függvények ábrázolásába, vizsgálatába.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Függvény fogalma. Értelmezési tartomány, értékkészlet. A függvény megadási módjai, ábrázolása, jellemzése. Új fogalmak: paritás, korlátosság.		<i>Informatika:</i> függvényábrázolás, grafikonkészítés számítógépes program segítségével.
Egyenes arányosság. Elsőfokú függvények, lineáris függvények. Lineáris kapcsolatok felfedezése a hétköznapokban.		<i>Fizika; kémia:</i> egyenesen arányos mennyiségek.
Abszolútérték-függvény. Másodfokú függvények. Teljes négyzetté kiegészítés. Hatványfüggvények. Gyökfüggvények. A függvénygrafikonok elkészítése és használata a függvény jellemzésére.		<i>Informatika:</i> függvényábrázolás, grafikonkészítés számítógépes program segítségével.
Fordított arányosság, elsőfokú törtfüggvény.		<i>Fizika; kémia:</i> fordítottan arányos mennyiségek.
Függvénytranszformációk. A tanult függvények többlépéses transzformációi az alábbiak összetételével: $f(x)+c$; $f(x+c)$; $c \cdot f(x)$; $f(c \cdot x)$; $ f(x) $. Függvények jellemzése (értékkészlet, monotonitás, szélsőérték, korlátosság, paritás, zérushely).		<i>Fizika:</i> a megfigyelés időbeli és térbeli kezdőpontja változásának hatása a mennyiségek közötti összefüggésekre.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Függvény grafikonja. Paritás, korlátosság.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Számelmélet, algebra (egyenlet, egyenlőtlenség, egyenletrendszer)	Órakeret 18 óra
Előzetes tudás	Egyismeretlenes elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása. Alaphalmaz vizsgálata, ellenőrzés. Azonosság. Szöveges feladatok – matematikai modell alkotása.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; az ellenőrzés fontosságának belátása. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a problémának megfelelően. Számológép használata.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Elsőfokú egyenletek.</p> <ul style="list-style-type: none"> –Alaphalmaz, megoldáshalmaz. –Ekvivalens átalakítások. –Mérlegelv. <p>Egyenletek algebrai, grafikus megoldása. Digitális technikák használata az egyenletmegoldás során.</p>		
<p>Elsőfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok.</p> <p>A korábban tanult feladattípusok megoldási módszereinek elmélyítése.</p> <p>A mindennapokhoz kapcsolódó problémák matematikai modelljének elkészítése, egyenlet felírása; a megoldás ellenőrzése, a gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?).</p>		<p><i>Fizika:</i> kinematika, dinamika.</p> <p><i>Kémia:</i> oldatok összetétele.</p>
<p>Törtés egyenletek, egyenlőtlenségek.</p> <p>Értelmezési tartomány. Ekvivalens átalakítások. Az ellenőrzés szerepe, szükségessége.</p> <p>Törtek előjelének vizsgálata.</p>		
<p>Abszolút értéket tartalmazó egyenletek, egyenlőtlenségek.</p>		
<p>Elsőfokú egyenletrendszerek.</p> <ul style="list-style-type: none"> –Grafikus megoldás. –Behelyettesítő módszer. –Egyenlő együtthatók módszere. –Új ismeretlen bevezetése. <p>Különböző módszerek megismerése és alkalmazása ugyanarra a problémára.</p> <p>Egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok.</p> <p>A kapott eredmény értelmezése, valóságtartalmának vizsgálata.</p>		<p><i>Informatika:</i> számítógépes program használata.</p>
<p>Egyenlőtlenségek grafikus megoldása.</p> <p>Egyenlőtlenségek algebrai megoldása.</p> <p>Egyismeretlenes egyenlőtlenségrendszer.</p>		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	<p>Elsőfokú egyenlet, egyenlőtlenség, értelmezési tartomány, azonosság. Ekvivalens átalakítás, hamis gyök. Egyenletrendszer.</p>	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	6. Geometria (egybevágósági transzformációk)	Órakeret 12 óra
Előzetes tudás	<p>Geometriai transzformációk, a szimmetria felismerése környezetünkben, alkalmazásuk egyszerű feladatokban.</p>	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	<p>A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szimmetria szerepének felismertetése a matematikában és a valóságban. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Számológép, számítógép használata.</p>	

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Geometriai transzformáció fogalma. Egybevágósági transzformációk rendszerezése. Tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli elforgatás, eltolás. A geometriai transzformációk tulajdonságai: <ul style="list-style-type: none"> – fixpont, fixegyenes, fixesík; – szögtartás, távolságtartás, irányítástartás; – szimmetrikus és nem szimmetrikus transzformáció. Geometriai transzformációk szorzata.		<i>Informatika:</i> geometriai szerkesztőprogram használata.
Az egybevágóság fogalma. Egybevágó alakzatok felismerése. Alakzatok egybevágósága. A háromszögek egybevágóságának alapesetei.		
Szimmetrikus alakzatok. A szimmetrián alapuló tulajdonságok felismerése: szögek, szakaszok egyenlősége.		<i>Vizuális kultúra:</i> művészettörténeti stíluskorszakok.
Szerkesztési, számítási és bizonyítási feladatok. Az egybevágóság, a szimmetria felismerése, hatékony alkalmazása. Vázlatkészítés, elemzés, diszkusszió.		
A paralelogramma, a háromszög és a trapéz középvonala. A középpontos tükrözés alkalmazása.		
Kulcsfogalmak/fogalmak	Geometriai transzformáció, egybevágósági transzformáció, szimmetrikus alakzat.	

A fejlesztés várt eredményei az évfolyam végén	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Halmazműveletek alkalmazása számhalmazokra, ponthalmazokra, intervallumokra, véges és végtelen halmazokra. – Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése. <p><i>Számelmélet, algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Racionális és irracionális számok – a valós számok halmazának szemléletes fogalma. – Számok normálalakja, normálalakkal műveletek végzése. – Biztos műveletvégzés, műveletek sorrendje, zárójelek használata. – Algebrai kifejezésekkel végzett műveletek, azonosságok alkalmazása. – Első egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek megoldási módszereinek használata. Szöveges feladatok megoldása. – A számológép használata. <p><i>Geometria</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Tételek ismerete, a távolság és szög fogalmának értése, ismerete, a távolság és a szög mérése. – A kör és részeinek ismerete. – Egybevágósági transzformációk ismerete, alkalmazása szerkesztési és bizonyítási feladatokban. Egybevágó alakzatok tulajdonságainak ismerete, alkalmazása feladatokban. – Háromszögek, négyszögek, sokszögek szögeinek, nevezetes vonalainak,
---	---

	<p>köreinek ismerete. Az ismeretek alkalmazása számítási, szerkesztési és bizonyítási feladatokban.</p> <p>–A Pitagorasz-tétel és a Thalész-tétel alkalmazásai.</p> <p><i>Függvények, az analízis elemei</i></p> <p>–A függvény fogalmának mélyülése. Új függvényjellemzők ismerete: korlátosság, periodicitás, paritás.</p> <p>–Többlépéses függvénytranszformációk elvégzése $f(x)+c$; $f(x+c)$; $c \cdot f(x)$; $f(c \cdot x)$; $f(x)$ felhasználásával.</p> <p>–Mindennapjainkhoz, más tantárgyakhoz kapcsolódó folyamatok elemzése a megfelelő függvény grafikonja alapján.</p>
--	---

10. évfolyam

Óraszám: 111 óra/év
3 óra/hét

Ajánlás az éves óraszám felosztására

Sorszám	Témakör	Óraszám
1.	Gondolkodási módszerek, kombinatorika, gráfok	14 óra
2.	Algebra és számelmélet: négyzetgyök, másodfokú kifejezés	26 óra
3.	Statisztika, valószínűség	12 óra
4.	Geometria: hasonlóság	26 óra
5.	Szögfüggvények	17 óra
	Összefoglalás, számonkérés	10 óra
	Év végi ismétlés	6 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1.Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok	Órakeret 14 óra
Előzetes tudás	Halmazműveletek. Halmazábra. Részhalmaz. Matematikai állítások vizsgálata. Igaz és hamis állítások. Állítás tagadása. Elemek sorba rendezése, adott szempont szerinti kiválasztása.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A halmaz fogalmának mélyítése, alkalmazása problémamegoldásra, matematikai modellek alkotására. A kombinatorikai problémák felfedezése a hétköznapi életben, modellek alkalmazása. A rendszerező képesség, a figyelem fejlesztése. Gráfok segédeszközként való használata a gondolkodásban.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
n elemű halmaz részhalmazainak a száma. Korábbi ismeretek felhasználása, a tanult jelölések alkalmazása. Halmazok számossága. Véges és végtelen halmazok, megszámlálható, nem megszámlálható halmazok. <i>Matematikatörténet: Georg Cantor.</i>		<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mondatok, szavak, hangok rendszerezése.
Skatulyaelv. Logikai szita. Modellalkotás egy-egy tipikus problémára.		
A szorzási és összeadási szabály. Az összeszámlálás technikáinak megértése, alkalmazása.		

<p>Sorba rendezés. Kiválasztás. A szöveg matematikai nyelvre fordítása, matematikai modell készítése. Kombinatorikai problémák felfedezése a mindennapokban. $n!$, n^k. Az összeszámlálási módszer megértése.</p>		
<p>Gráfok: csúcs, él, foksám. Gráfok alkalmazása feladatmegoldásban. Gondolatmenet megjelenítése gráffal.</p>		<p><i>Kémia</i>: molekulák szerkezete. <i>Informatika</i>: számítógépes hálózatok felépítése. <i>Földrajz</i>: térképek, úthálózat.</p>
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Véges és végtelen halmaz. Szorzási szabály, összeadási szabály, faktoriális, gráf, csúcs, él, foksám.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2.Számelmélet, algebra (gyökös és másodfokú algebrai kifejezések használata)	Órakeret 26 óra
Előzetes tudás	Műveletek sorrendje, zárójelek használata. Hatványozás. Összefüggések leírása algebrai kifejezésekkel, helyettesítési érték, zárójelfelbontás. Egyismeretlenes elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása. Alaphalmaz vizsgálata, ellenőrzés.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; az ellenőrzés fontosságának belátása. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a problémának megfelelően. Számológép használata.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Négyzetgyök fogalma. A négyzetgyökvonás azonosságai.</p> <ul style="list-style-type: none"> –Az indirekt bizonyítás: $a\sqrt{2}$ irracionális. –Bevitel a gyökjel alá, kiemelés a gyökjel alól. –Nevező gyöktelenítése. <p>Műveletek gyökös kifejezésekkel.</p>		
<p>Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek.</p> <ul style="list-style-type: none"> –Grafikus megoldás. –Teljes négyzetté kiegészítés. <p>Egyenletmegoldás szorzattá alakítással. Algoritmus keresése a megoldásra.</p> <p>A másodfokú egyenlet megoldóképlete. A megoldóképlet készségi szintű alkalmazása. Számológép használata.</p> <p>A másodfokú egyenlet diszkriminánsa. Diskusszió.</p> <p>Gyöktényező alak, Viète-formulák. Másodfokúra visszavezethető egyenletek. Új ismeretlen bevezetése.</p>		

<i>Matematikatörténet: magasabb fokú egyenletek megoldhatósága.</i>		
Másodfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok. Modellalkotás, megoldási módszerek. Szövegben történő ellenőrzés. Másodfokú függvények vizsgálata. Teljes négyzetté alakítás használata. Számítógépes program használata. Szélsőérték-feladatok. Másodfokú függvény vizsgálatával.		<i>Fizika: egyenletesen gyorsuló mozgás leírása.</i> <i>Informatika: számítógépes program használata.</i>
Másodfokú egyenlőtlenségek. A megoldás megadása másodfokú függvény vizsgálatával.		
Másodfokú egyenletrendszer. Másodfokú egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok. Emlékezés korábban megismert módszerekre, alkalmazás az adott környezetben.		<i>Fizika: ütközések.</i>
Négyzetgyökös egyenletek. –Ekvivalens és nem ekvivalens egyenlet-megoldási lépések. –Hamisgyök, gyökvesztés. –Értelmezési tartomány. Ekvivalens átalakítások. Az ellenőrzés szerepe, szükségessége.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Másodfokú egyenlet, egyenlőtlenség, teljes négyzetté alakítás, megoldóképlet, diszkrimináns, diszkusszió. Egyenletrendszer. Négyzetgyökös egyenlet.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Statisztika. valószínűség	Órakeret 12 óra
Előzetes tudás	Adatok elemzése, átlag, táblázatok, grafikonok használata, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség fogalma. Százalékszámítás.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tapasztalatszerzés kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése, következtetések. Diagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában.	
Ismeretek/és fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Statisztikai adatok gyűjtése, elemzése és ábrázolása. Adatok rendezése, osztályokba sorolása, táblázatba rendezése, ábrázolása. Következtetések levonása. Számológép használata. Adathalmazok jellemzői: terjedelem, átlag, medián, módusz, szórás.		<i>Földrajz: időjárási, éghajlati és gazdasági statisztikák.</i> <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: történelmi, társadalmi témák vizuális ábrázolása (táblázat, diagram).</i> <i>Informatika: adatkezelés, adatfeldolgozás, információ-megjelenítés.</i>
Véletlen jelenségek megfigyelése. Kockadobások, pénzérme. Véletlen jelenségek számítógépes szimulációja.		

Esemény, eseménytér, biztos esemény, lehetetlen esemény, komplementer esemény. Műveletek eseményekkel. Kétváltozós műveletek értelmezése. Egyszerűbb események valószínűségének kiszámítása. Klasszikus valószínűségi modell. A valószínűség meghatározása kombinatorikus eszközökkel.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Terjedelem, szórás.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4.Geometria (hasonlóság)	Órakeret 26 óra
Előzetes tudás	Geometriai transzformációk, a szimmetria felismerése környezetünkben, alkalmazásuk egyszerű feladatokban.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szimmetria szerepének felismertetése a matematikában és a valóságban. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Számológép, számítógép használata.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
A párhuzamos szelők tétele és megfordítása. A párhuzamos szelőszakaszok tétele. Szakasz arányos osztása. Számítási és bizonyítási feladatok.		
A középpontos hasonlóság fogalma és tulajdonságai. A hasonlósági transzformáció fogalma és tulajdonságai. Aránytartó transzformáció. Szerkesztési, számítási, bizonyítási feladatok.		<i>Földrajz:</i> térképek.
Hasonló alakzatok. A háromszögek hasonlóságának alapesetei. A sokszögek hasonlósága. A hasonló síkidomok területének aránya. A hasonló testek felszínének és térfogatának aránya.		<i>Fizika:</i> hasonló háromszögek alkalmazása – lejtőmozgás, geometriai optika.
Arányossági tételek háromszögekben. Szögfelező tétel, magasságtétel, befogótétel. A számtani és a mértani közép közötti egyenlőtlenség geometriai bizonyítása. Mértani közép szerkesztése.		<i>Vizuális kultúra:</i> festészet, építészet.
Kerületi és középponti szögek és a hozzá kapcsolódó tételek. Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak jegyzése, következtetések levonása. Húrnégyszögek és érintőnégyyszögek definíciója, tételei. Speciális érintőnégyyszögek, húrnégyszögek. Látókörv. Látókörv szerkesztése.		
A vektor. Ellentett vektorok, nullvektor, egyenlő vektorok, vektor abszolútértéke.		<i>Fizika:</i> vektormennyiségek.

<p>Műveletek vektorokkal:</p> <ul style="list-style-type: none"> - összeadás (paralelogramma módszer, láncmódszer); - kivonás; - számmal való szorzás. <p>Vektor felbontása összetevőkre. A vektorműveletek tulajdonságai. Szerkesztési feladatok. Vektorműveletek gyakorlása síkbeli és térbeli ábrákon is. Analogia a számhalmazokon végzett műveletekkel.</p> <p>Bázisvektorok, bázisrendszer. Vektorok koordinátái. Vektor hosszának számítása. Helyvektor, szabadvektor.</p>	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	<p>Hasonlósági transzformáció, hasonló alakzat, számtani és mértani közép, kerületi és középponti szög, húrnégyszög, érintőnégyyszög, látókörv. Vektorművelet, paralelogramma-módszer, láncmódszer, vektorfelbontás, nullvektor, ellentett vektor, egyenlő vektor. Bázisvektor, bázisrendszer, vektorkoordináta. Helyvektor, szabadvektor.</p>

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Szögfüggvények	Órakeret 17 óra
Előzetes tudás	Hasonlóság alkalmazása számolási feladatokban, vektorok koordinátáinak használata.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Síkbeli és térbeli ábra készítése a valós geometriai problémáról. Számítási feladatok, a megoldáshoz alkalmas szögfüggvény megtalálása. Számológép, számítógép használata.	
Ismeretek/és fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Távolságok, magasságok meghatározása arányokkal. A valóság kicsinyített ábrájáról szögek és szakaszok meghatározása méréssel és számolással. A hegyesszögek szögfüggvényeinek definíciója. Szögfüggvény értékének és szögek értékének meghatározása számológéppel. Számítási feladatok szögfüggvények használatával síkban és térben.</p>		<p><i>Fizika:</i> lejtőn mozgó testre ható erők kiszámítása.</p>
<p>Nevezetes szögek szögfüggvényei: 30°; 60°; 45°. Összefüggések egy hegyesszög szögfüggvényei között. Pótszögek szögfüggvényei. Egyszerű trigonometrikus összefüggések bizonyítása.</p>		
<p>A szög ívmértéke. A radián mint mértékegység. Átváltás fok és radián között.</p>		<p><i>Fizika:</i> szögsebesség, szöggyorsulás.</p>
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Szögfüggvény, ívmérték, periódus, radián. Forgásszög, egységvektor, egységkör.	

<p>A fejlesztés várt eredményei a két évfolyamos ciklus végén</p>	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> –Halmazműveletek alkalmazása számhalmazokra, ponthalmazokra, intervallumokra, véges és végtelen halmazokra. –Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése. –Bizonyítási módszerek ismerete, a logikai szita és a skatulyaelv alkalmazása feladatmegoldás során. –Szorzási és összeadási szabály alkalmazása kombinatorikai feladatokban. –Gráfok használata gondolatmenet szemléltetésére. <p><i>Számelmélet, algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> –Racionális és irracionális számok – a valós számok halmazának szemléletes fogalma. –Számok normálalakja, normálalakkal műveletek végzése. –Biztos műveletvégzés, műveletek sorrendje, zárójelek használata. –Algebrai kifejezésekkel végzett műveletek, azonosságok alkalmazása. –A gyökvonás fogalmának ismerete, a gyökvonás azonosságainak alkalmazása, négyzetgyökös egyenletek megoldása. –Első és másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek megoldási módszereinek használata. Szöveges feladatok megoldása. –Másodfokúra vezető szélsőérték-problémák megoldása teljes négyzetre alakítással. –A számológép használata. <p><i>Geometria</i></p> <ul style="list-style-type: none"> –Tételek ismerete, a távolság és szög fogalmának értése, ismerete, a távolság és a szög mérése. –A kör és részeinek ismerete. –Körrel kapcsolatos tételek alkalmazása (kerületi és középponti szögek tétele, húrnégyszögek és érintőnéyszögek tételei). –Egybevágósági és hasonlósági transzformációk ismerete, alkalmazása szerkesztési és bizonyítási feladatokban. Egybevágó alakzatok, hasonló alakzatok tulajdonságainak ismerete, alkalmazása feladatokban. –Vektor fogalmának ismerete, vektorműveletek szerkesztése. Vektorfelbontás. –Háromszögek, négyszögek, sokszögek szögeinek, nevezetes vonalainak, köreinek ismerete. Az ismeretek alkalmazása számítási, szerkesztési és bizonyítási feladatokban. –A Pitagorasz-tétel és a Thalész-tétel alkalmazásai. –Hegyesszögek-szögfüggvényeinek értelmezése, számolás szögfüggvényekkel. Szögfüggvények közötti összefüggések ismerete. <p><i>Függvények, az analízis elemei</i></p> <ul style="list-style-type: none"> –A függvény fogalmának mélyülése. Új függvényjellemzők ismerete: korlátosság, periodicitás, paritás. –A négyzetgyökfüggvény, trigonometrikus alapfüggvények ábrázolása, jellemzése. –Többlépéses függvénytranszformációk elvégzése $f(x)+c$; $f(x+c)$; $c \cdot f(x)$; $f(c \cdot x)$; $f(x)$ felhasználásával. –Mindennapjainkhoz, más tantárgyakhoz kapcsolódó folyamatok elemzése a megfelelő függvény grafikonja alapján. <p><i>Valószínűség, statisztika</i></p> <ul style="list-style-type: none"> –Statisztikai adatok elemzése: adat gyakoriságának és relatív gyakoriságá-
--	---

	<p>nak kiszámítása.</p> <p>–Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése; adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának meghatározása.</p> <p>–Véletlen esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, véletlen kísérlet, esély/valószínűség fogalmak ismerete, használata. A műveletek elvégzése az eseménytérben.</p> <p>–A valószínűség klasszikus modelljének alkalmazása.</p>
--	---

11. évfolyam

Óraszám: 148 óra/év
4 óra/hét

Ajánlás az éves óraszám felosztására

Sorszám	Témakör	Óraszám
1.	A hatvány, gyök, logaritmus	22 óra
2.	Trigonometria	36 óra
3.	Sorozatok	22 óra
4.	Koordinátageometria	22 óra
5.	Gondolkodási módszerek, kombinatorika, gráfok	12 óra
6.	Valószínűségszámítás, statisztika	14 óra
	Összefoglalás, számonkérés	10 óra
	Év végi ismétlés	6 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Hatvány, gyök, logaritmus	Órakeret 26 óra
Előzetes tudás	Hatványozás egész kitevővel, hatványozás azonosságai, n-edik gyök, gyökvonás azonosságai. Valós számok halmaza.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása: a racionális kitevő értelmezése. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyában: exponenciálisan, logaritmikusan változó mennyiségek. A matematikai ismeretek alkalmazásának felismerése más tudományágban és mindennapjainkban.	
	Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok

<p>Az egész kitevőjű hatványok, a hatványozás azonosságainak ismétlése. Számológép használata hatványok értékének kiszámításában, normálalak használatában. Azonos átalakítások; a célszerű módszer, lépés megválasztása. Kamatszámítás, hitelfelvétel, törlesztőrészlet-számítás. A hatványfogalom kiterjesztése – törtkitevőjű hatványok. A hatványozás eddigi azonosságai érvényben maradnak – permanencia-elv. Exponenciális függvény. Az exponenciális függvény ábrázolása, vizsgálata – irracionális kitevőjű hatvány fogalma szemléletes alapon.</p>	<p><i>Fizika:</i> radioaktivitás (bomlási törvény, aktivitás).</p>
<p>Exponenciális egyenletek, egyenlőtlenségek. Megoldás a definíció és az azonosságok alkalmazásával. Exponenciális egyenletre vezető valós problémák megoldása.</p>	<p><i>Földrajz; biológia-egészségtan:</i> globális problémák (pl. demográfiai mutatók, a Föld eltartó képessége és az élelmezési válság, betegségek, világjárványok, túltermelés és túlfogyasztás).</p>
<p>Számolás 10 hatványaival, 2 hatványaival. A logaritmus fogalma. A logaritmus értékének meghatározása a definíció alapján és számológéppel. A logaritmus azonosságai: – szorzat, hányados, hatvány logaritmus; – áttérés más alapú logaritmusra. A logaritmus azonosságainak alkalmazása kifejezések számértékének meghatározására, kifejezések átalakítására. <i>Matematikatörténet:</i> a logaritmus fogalmának kialakulása, változása. Logaritmustáblázat.</p>	<p><i>Kémia:</i> pH-számítás. <i>Fizika:</i> radioaktivitással kapcsolatos számítási feladatok.</p>
<p>A logaritmusfüggvény. A logaritmusfüggvény ábrázolása, vizsgálata. Adott alaphoz tartozó exponenciális és logaritmusfüggvény kapcsolata. Inverz függvénykapcsolat szemléletes fogalma.</p>	
<p>Logaritmosos egyenletek, egyenlőtlenségek. Megoldás a definíció és az azonosságok alkalmazásával. Értelmezési tartomány vizsgálata. Számológép használata.</p>	
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Racionális kitevőjű hatvány. Exponenciális növekedés, csökkenés. Logaritmus.</p>

<p>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</p>	<p>2. Trigonometria</p>	<p>Órakeret 36 óra</p>
---	--------------------------------	-----------------------------------

Előzetes tudás	Vektorokkal végzett műveletek. Hegyesszögek szögfüggvényei, a szögfüggvények általános értelmezése, szögmérés fokban és radiánban, szögfüggvények közötti egyszerű összefüggések, trigonometrikus függvények.
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A geometriai látásmód fejlesztése. A művelet fogalmának bővítése egy újszerű művelettel, a skaláris szorzással. Az algebrai és a geometriai módszerek közös alkalmazása számítási, bizonyítási feladatokban. A tanultak alkalmazása más tudományterületeken is. A függvényszemlélet alkalmazása az egyenletmegoldás során, végtelen sok megoldás keresése.
Ismeretek/fejlesztési követelmények	
Kapcsolódási pontok	
<p>A szögfüggvények általános értelmezése.</p> <ul style="list-style-type: none"> – Forgásszög, egységvektor, vektorkoordináták, egységkör. – A szögfüggvények előjele a különböző síknegyedekben. – Szögfüggvények közötti összefüggések. (Pitagoraszi összefüggés, összefüggés szög és mellékszög szinusza és koszinusza között.) – Egyszerű trigonometrikus összefüggések bizonyítása. <p>A trigonometrikus függvények. (szögfüggvények) ábrázolása, jellemzése.</p> <p>A szögfüggvények értelmezési tartománya, értékészlete, zérushelyek, szélsőérték, periódus, monotonitás, korlátosság, paritás.</p> <p>Függvénytranszformáció, függvényvizsgálat.</p>	<p><i>Fizika:</i> harmonikus rezgőmozgás, hullámmozgás leírása.</p> <p><i>Informatika:</i> grafikonok elkészítése számítógépes programmal.</p>
<p>Egyszerű trigonometrikus egyenletek.</p> <p>A szögfüggvény definíciójának felhasználása a megoldáshoz.</p> <p>Az egyenletnek végtelen sok megoldása van.</p>	
<p>A vektor fogalma, vektorműveletek, vektorfelbontás, vektorkoordináták.</p> <p>A vektorok koordinátaival végzett műveletek és tulajdonságaik.</p> <p>A vektor 90°-os elforgatottjának koordinátái.</p>	
<p>Két vektor skaláris szorzata.</p> <p>A művelet újszerűségének bemutatása. Jelölések megjegyzése.</p> <ul style="list-style-type: none"> – A skaláris szorzat tulajdonságai. <p>A skaláris szorzás alkalmazása számítási és bizonyítási feladatokban.</p> <ul style="list-style-type: none"> – Merőleges vektorok skaláris szorzata. <p>Szükséges és elégséges feltétel.</p> <ul style="list-style-type: none"> – Két vektor skaláris szorzatának kifejezése a vektorkoordináták segítségével. 	<p><i>Fizika:</i> munka, elektromosság.</p>
<p>A háromszög területének kifejezése két oldal és a közbezárt szög segítségével.</p> <p>Alakzatok adatainak meghatározása.</p> <p>Színusztétel.</p> <p>Koszínusztétel.</p> <p>A tételek pontos kimondása, bizonyítása.</p> <p>Kapcsolat a Pitagorasz-tétellel.</p> <p>Ábra és terv készítése a számítási feladatokhoz.</p> <p>Szögtávolság, terület meghatározása gyakorlati problémákban.</p> <p>Bizonyításokban egyszerű gondolatmenet követése.</p> <p>Számológép használata.</p>	<p><i>Földrajz:</i> távolságok, szögek kiszámítása – terepmérési feladatok.</p>

<p>Szögfüggvények közötti összefüggések.</p> <ul style="list-style-type: none"> –Szögfüggvényekről tanultak ismételése. –Trigonometrikus függvények. –Összefüggések a szögfüggvények között. <p>Addíciós tételek:</p> <ul style="list-style-type: none"> –két szög összegének és különbségének szögfüggvényei. –egy szög kétszeresének szögfüggvényei. <p>A trigonometrikus azonosságok megértése, használata, az alkalmas összefüggés megtalálása. Függvénytáblázat használata feladatok megoldásában.</p>	<p><i>Informatika: számítógépes program használata.</i></p>
<p>Trigonometrikus egyenletek.</p> <p>Egységkör, illetve trigonometrikus függvény grafikonjának felhasználása az egyenlet megoldásához. Az összes megoldás megkeresése. Időtől függő periodikus jelenségek vizsgálata.</p>	<p><i>Fizika: rezgőmozgás; adott kitéréshez, sebességhez, gyorsuláshoz tartozó időpillanatok meghatározása.</i></p>
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Skaláris szorzat.</p>

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Sorozatok	Órakeret 22 óra
Előzetes tudás	Számítási sorozat, mértani sorozat fogalma, egyszerű alapösszefüggések.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A hétköznapi életben és a matematikai problémákban a sorozattal leírható mennyiségek felismerése. Sorozatok megadási módszereinek alkalmazása. Összefüggések, képletek hatékony alkalmazása.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>A sorozat fogalma, megadása, ábrázolása. Sorozat megadása rekurzióval – Fibonacci-sorozat. <i>Matematikatörténet: Fibonacci.</i></p>		<p><i>Informatika: algoritmusok.</i></p>
<p>Számítási sorozat. A számítási sorozat n-edik tagja. A számítási sorozat első n tagjának összegének kiszámítási módja. A számítási közép tulajdonság. Számítási feladatok a számítási sorozat felismerésére, az összefüggések alkalmazására. Szöveges feladatok gyakorlati alkalmazásokkal. <i>Matematikatörténet: Gauss.</i></p>		
<p>Mértani sorozat. A mértani sorozat n-edik tagja. A mértani sorozat első n tagja összegének kiszámítási módja. A mértani közép tulajdonság. Számítási feladatok a mértani sorozat felismerésére, az összefüggések alkalmazására. Szöveges feladatok gyakorlati alkalmazásokkal. Exponenciális folyamatok a természettudományban és a társadalomtudományokban.</p>		<p><i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz, történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: exponenciális folyamatok.</i></p>

Gyakorlati alkalmazások – kamatszámítás. Pénzügyi alapfogalmak – kamatos kamat, törlesztőrészlet, hitel, THM, gyűjtőjárdék.	<i>Földrajz:</i> világgazdaság – hitel – adósság – eladósodás.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Sorozat, számtani sorozat, mértani sorozat, kamatos kamat.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Koordinátageometria	Órakeret 22 óra
Előzetes tudás	Koordinátarendszer, vektorok, vektorműveletek megadása koordinátákkal. Helyvektor, szabadvektor. Ponthalmazok koordináta-rendszerben. Függvények ábrázolása. Elsőfokú, másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldása.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Elemi geometriai ismeretek megközelítése új eszközzel. Geometriai problémák megoldása algebrai eszközökkel. Számítógép használata.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Két pont távolsága. A Pitagorasz-tétel alkalmazása. Vektor abszolútértékének kiszámítása.</p> <p>Két vektor hajlásszöge. Skaláris szorzat használata.</p>		
<p>Szakasz felezőpontjának, harmadolópontjának koordinátái. A háromszög súlypontjának koordinátái. Elemi geometriai ismeretek alkalmazása, vektorok használata, koordináták-kiszámolása.</p>		<i>Fizika:</i> alakzatok tömegközéppontja.
<p>Az egyenes helyzetét jellemző adatok: irányvektor, normálvektor, irányszög, iránytangens. A különböző jellemzők közötti kapcsolat értése, használata.</p>		<i>Fizika:</i> mérések értékelése.
<p>Két egyenes párhuzamosságának és merőlegességének a feltétele. Az egyenes egyenlete: –normálvektoros egyenlet; –iránytényezős egyenlet. Geometriai feladatok megoldása algebrai eszközökkel. A feladathoz alkalmas egyenlettípus kiválasztása.</p> <p>Két egyenes metszéspontja. Egyenletrendszerek megoldási módszereinek felidézése.</p>		<i>Informatika:</i> számítógépes program használata.
<p>A kör egyenlete. Kör egyenletének felírása a középpont és a sugár ismeretében. –A kör és a kétismeretlenes másodfokú egyenlet. –Kör és egyenes kölcsönös helyzete. –A kör egy adott pontjában húzott érintőjének egyenlete.</p>		<i>Informatika:</i> számítógépes program használata.
<p>Ponthalmazok a koordinátasíkon. Egyenlőtlenséggel megadott egyszerű feltételek vizsgálata, ábrázolása.</p>		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Vektor, irányvektor, normálvektor, iránytényező.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Gondolkodási módszerek, halmazok, kombinatorika	Órakeret 12 óra
Előzetes tudás	Matematikai állítások elemzése, igaz és hamis állítások. Skatulyaelv, logikai szita. Sorbarendezési és kiválasztási feladatok.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Kombinatorikai módszerek alkalmazása a matematika különböző területein, felfedezésük a hétköznapi problémákban.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Kombinatorika Permutáció – ismétlés nélkül és ismétléssel. Variáció – ismétlés nélkül és ismétléssel. Kombináció – ismétlés nélkül.</p>		<i>Biológia-egészségtan:</i> genetika.

<p>Összeszámlálások vegyes kombinatorikai feladatokon keresztül. Jelek használata: $n!$, $\binom{n}{k}$.</p> <p>Binomiális együtthatók néhány alapvető tulajdonsága. Pascal-háromszög vizsgálata, állítások, sejtések megfogalmazása, igazolása. <i>Matematikatörténet:</i> Blaise Pascal, Erdős Pál.</p>	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Permutáció, variáció, kombináció, binomiális együttható.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	6. Statisztika, valószínűség	Órakeret 14 óra
Előzetes tudás	Adatok elemzése, táblázatok, grafikonok használata. Terjedelem, átlag, medián, módusz, szórás. Klasszikus valószínűségi modell.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A valószínűség fogalmának bővítése, mélyítése. A kombinatorikai ismeretek alkalmazása valószínűség meghatározására.	
Ismeretek és fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Statisztikai mintavétel. Mintavétel visszatevéssel, visszatevés nélkül. Ismeretek mozgósítása: a minta terjedelme. Átlag, medián, módusz, szórás. Közvélemény-kutatás. Minőségellenőrzés.</p>		<p><i>Informatika:</i> táblázatkezelő, adatbáziskezelő program használata. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> választások. <i>Földrajz:</i> statisztikai évkönyv.</p>
<p>Véletlen jelenségek megfigyelése. A modell és a valóság kapcsolata. Klasszikus valószínűségi modell. A tanult kombinatorikai módszerek használata. A valószínűség becslése, számolása. <i>Matematikatörténet:</i> Pólya György, Rényi Alfréd, Erdős Pál.</p>		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Valószínűség. A valószínűség klasszikus modellje.	

A fejlesztés várt eredményei a 11. évfolyam végén	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> –A kombinatorikai problémához illő módszer önálló megválasztása. –Bizonyított és nem bizonyított állítás közötti különbség megértése. –Feltétel és következmény biztos felismerése a következtetésben. –Szövegértés: a szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése, rendezése problémamegoldás céljából. –A szöveghez illő matematikai modell elkészítése. <p><i>Számelmélet, algebra</i></p>
--	---

- A kiterjesztett gyök- és hatványfogalom ismerete.
- A logaritmus fogalmának ismerete.
- A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak alkalmazása konkrét esetekben probléma megoldása céljából.
- Exponenciális és logaritmosos egyenletek megoldása, ellenőrzése.
- Trigonometrikus egyenletek megoldása, az azonosságok alkalmazása, az összes gyök megtalálása.
- A számológép biztos használata.

Geometria

- Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták ismerete.
- Két vektor skaláris szorzata alkalmazása.
- Forgásszögek-szögfüggvényeinek értelmezése, számolás szögfüggvényekkel. Szögfüggvények közötti összefüggések ismerete.
- Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében, szinusztétel, koszinusztétel alkalmazása.
- Valós problémákhoz geometriai modell alkotása.
- A geometriai és az algebrai ismeretek közötti kapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, kör és egyenes egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása.

Függvények, az analízis elemei

- Az exponenciális-, logaritmus- és a trigonometrikus függvények értelmezése, ábrázolása, jellemzése.
- Függvénytranszformációk alkalmazása.
- Exponenciális folyamatok matematikai modelljének használata.
- A számtani és a mértani sorozat ismerete, feladatokban való alkalmazása.
- Pénzügyi alapfogalmak ismerete, pénzügyi számítások megértése, reprodukálása, kamatos kamatszámítás elvégzése.

Valószínűség, statisztika

- Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében.
- A valószínűség matematikai fogalma, klasszikus kiszámítási módjának alkalmazása.
- Mintavétel és valószínűség kapcsolata, alkalmazása.

12. évfolyam

Óraszám: 120 óra/év
4 óra/hét

Ajánlás az éves óraszám felosztására

Sorszám	Témakör	Óraszám
1.	Gondolkodási módszerek, matematikai logika, gráfok	10 óra
2.	Valószínűségi számítás, statisztika	10 óra
3.	Felszín-, és térfogatszámítás	27 óra
4.	Algebra, számelmélet (rendszerező összefoglalás)	24 óra
5.	Függvény, sorozat (rendszerező összefoglalás)	15 óra
6.	Geometria, mérés (rendszerező összefoglalás)	20 óra
	Érettségi feladatok gyakorlása	10 óra
	Összefoglalás, számonkérés	4 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási módszerek, matematikai logika, gráfok	Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	Matematikai állítások elemzése, igaz és hamis állítások. Logikai műveletek: NEM, ÉS, VAGY. Skatulyaelv, logikai szita. Sorbarendezési és kiválasztási feladatok, gráf használata feladatmegoldásban. Gráf, csúcs, él, foksám.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Kombinatorikai és gráfelméleti módszerek alkalmazása a matematika különböző területein, felfedezésük a hétköznapi problémákban.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Matematikai logika Logikai műveletek: negáció, konjunkció, diszjunkció, implikáció, ekvivalencia. A köznapi szóhasználat és a matematikai szóhasználat összevetése. Logikai és halmazelméleti műveletek kapcsolata. <i>Matematikatörténet: Varga Tamás, Pólya György.</i></p>		
<p>Gráfok Gráfelméleti alapfogalmak: csúcs, él, foksám. Gráfok alkalmazása leszámolási feladatokban – rendszerező ismétlés. Fagráf, egyszerű gráf, összefüggő gráf, teljes gráf szemléletes fogalma, felhasználásuk feladatmegoldásokban. Foksámra és élek számára vonatkozó összefüggések ismerete.</p>		

<i>Matematikatörténet: Euler.</i>	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Negáció, konjunkció, diszjunkció, implikáció, ekvivalencia. Fagráf, körgráf, egyszerű gráf, összefüggő gráf, teljes gráf. Fokszám.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Statisztika, valószínűség	Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	Adatok elemzése, táblázatok, grafikonok használata. Terjedelem, átlag, medián, módusz, szórás. Klasszikus valószínűségi modell.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A valószínűség fogalmának bővítése, mélyítése. A kombinatorikai ismeretek alkalmazása valószínűség meghatározására.	
Ismeretek és fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Statisztikai mintavétel. Mintavétel visszatevéssel, visszatevés nélkül. Ismeretek mozgósítása: a minta terjedelme. Átlag, medián, módusz, szórás. Közvélemény-kutatás. Minőségellenőrzés.		<i>Informatika:</i> táblázatkezelő, adatbáziskezelő program használata. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> választások. <i>Földrajz:</i> statisztikai évkönyv.
Véletlen jelenségek megfigyelése. Szerencsejátékok elemzése. Véletlen jelenségek számítógépes szimulációja. Klasszikus valószínűségi modell. A tanult kombinatorikai módszerek használata. Geometriai valószínűség. <i>Matematikatörténet:</i> Pólya György, Rényi Alfréd, Erdős Pál.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Valószínűség. A valószínűség klasszikus modellje.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Térgeometria, felszín, térfogat	Órakeret 27 óra
Előzetes tudás	Térelemek illeszkedése, távolsága, szöge. Térbeli testek jellemzői: csúcs, lap, átló, felszín, térfogat.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A korábban kísérletezéssel, méréssel, szemlélet alapján megszerzett ismeretek mélyítése, elméleti háttérük megteremtése. A térszemlélet, az esztétikai érzék fejlesztése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Térelemek. Két kitérő egyenes hajlásszöge. Síkra merőleges egyenes. Egyenes és sík hajlásszöge. Két sík hajlásszöge.		<i>Vizuális kultúra:</i> axonometria.

Pont távolsága síktól. Két párhuzamos sík távolsága. Két kitérő egyenes távolsága. A fogalmak bemutatása modelleken és a környezetünk tárgyaiban. Modellezőkészletek használata. Digitális technikák használata térbeli ábrák megjelenítéséhez.		
Kerület- és területszámítás eddig tanult részeinek áttekintése. Síkidomok kerülete, területe. Képi emlékezés, ismeretek felidézése. Képzletben történő mozgatás, átdarabolás, szétvágás.		
Testek, szabályos testek. Térbeli modellek használata, készítése. Számítógép használata ábrázoláshoz. Ábrakészítés térbeli testekről.		<i>Informatika:</i> számítógépes szimulációs program használata.
A térfogatszámítás alapelvei. Mérőszám és mértékegység.		
Egyenes hasáb felszíne, térfogata. Forgáshenger felszíne, térfogata. Az összefüggések alkalmazása változatos térgeometriai feladatokban, gyakorlati alkalmazások.		<i>Informatika:</i> számítógépes program használata.
A kúp felszíne, térfogata. A közelítés szemléletes fogalma. Csonkagúla, csonkakúp. A csonkagúla, csonkakúp térfogata és felszíne. A hasonlóság alkalmazása. A gömb térfogata és felszíne. Térgeometriai ismeretek alkalmazása. <i>Matematikatörténet:</i> Cavalieri.		<i>Vizuális kultúra:</i> építészet. <i>Biológia-egészségtan:</i> keringéssel kapcsolatos számítási feladatok.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Felszín, térfogat, hengerszerű test, kúpszerű test, csonkagúla, csonkakúp.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Rendszerező összefoglalás	Órakeret 69 óra
Előzetes tudás	A 4 év matematika anyaga.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása az egyes témakörökben. A megoldási módszerek tudatosítása, a problémákban alkalmazható közös modellek, számítási-bizonyítási módszerek keresése. Az ismeretek gyakorlati problémákra való alkalmazása. A matematika épülésének folyamatába történő betekintés a matematika-történet néhány fejezetének, nagy egyéniségének megismerésével.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Gondolkodási módszerek. Halmazok. Számhalmazok. A halmazok alkalmazási területei a matematika különböző ágaiban. A halmazok szemléltetésre, az összefüggések áttekintésé-		

<p>re, közös tulajdonságok kiemelésére való használata. A valós számok halmaza fogalmának megerősítése, a számkörbővítés lépéseinek az áttekintése.</p> <p>Logikai ismeretek. A matematikai szövegek helyes értelmezése. Pontos fogalmazásra való törekvés, a definíciókban, tételekben szereplő feltételek szerepének, jelentésének tudatosítása. A logikai műveletek során a bizonyítások, feladatmegoldások tudatos alkalmazása.</p> <p>A matematikában tanult módszerek. A bizonyítási módszerek rendszerezése feladatokon, gyakorlati alkalmazásokon keresztül: a direkt, indirekt bizonyítás, logikai szita formula, skatulyaelv.</p> <p>Kombinatorika, gráfelmélet. A sorbarendezési és leszámolási feladatok alaptípusainak felismerése – gráfok alkalmazása a problémamegoldás során.</p>	
<p><i>Számelmélet, algebra. (24 óra)</i> Számhalmazok. A valós számok halmazán értelmezett műveletek, műveleti tulajdonságok biztonságos használata. Az eredmények várható értékének becslése – annak vizsgálata, hogy reális-e az eredményünk.</p> <p>Algebrai alapfogalmak, azonosságok. Átalakítások algebrai kifejezésekkel.</p> <p>A zsebszámológép használata. Egyenletek, egyenletrendszerek, egyenlőtlenségek. Változatos módszerek alkalmazása, többféle megoldás keresése. Gyakorlati problémákat tartalmazó szöveges feladatok megoldása. A különböző témakörökhöz tartozó problémák közötti kapcsolatok észrevétele. Adott egyenlethez illő megoldási módszer önálló kiválasztása.</p>	
<p><i>Geometria. (20 óra)</i> Mérés és mérték. A hosszúság -, terület -, térfogatmérés, a szögmérés fontos kérdése: mi a problémához illő egység, milyen pontosan adjuk meg az eredményt.</p> <p>A geometriai szerkesztések. Megengedett szerkesztési lépések és eszközök használata.</p> <p>A geometriai transzformációk. A geometriai transzformációk előfordulásainak keresése környezetünkben. A szimmetria és a harmónia észrevétele a művészetekben.</p> <p>A háromszögekre vonatkozó ismeretek. A négyszögekre, sokszögekre vonatkozó ismeretek. Körre vonatkozó ismeretek. Az alakzatok tulajdonságainak, nevezetes vonalainak felidézése, az absztrakciós készség fejlődése.</p> <p>Trigonometria. Vektorok, koordinátageometria. A trigonometria és a koordinátageometria a geometriai és az algebrai készségeket együtt fejleszti.</p>	
<p><i>Sorozatok, függvények. (15 óra)</i></p>	<p><i>Informatika: számító-</i></p>

<p>Függvények grafikonjai, jellemzésük. Függvénytranszformációk. Függvények a matematikában, a természettudományokban és hétköznapjainkban. Számítási és mértani sorozat, kamatos kamatszámítás.</p>	<p>gépes program használata.</p>
<p><i>Statisztika, valószínűség.</i> Adatsokaságok elemzése. Véletlen jelenségek vizsgálata. Vélemények megbeszélése, érvelés, sejtések megfogalmazása, azok elfogadása vagy elvetése. A valószínűség és a statisztika törvényei érvényesülésének felfedezése a termelésben, a pénzügyi folyamatokban, a társadalmi folyamatokban.</p>	<p><i>Informatika:</i> táblázatkezelő, adatbáziskezelő program használata.</p>
<p><i>Tudománytörténeti és matematikai érdekességek, neves matematikusok.</i> Néhány matematikatörténeti szemelvény. A matematikatörténet néhány érdekes problémájának áttekintése. Pl. nem euklideszi geometria – Bolyai János, Bolyai Farkas; nagy Fermat-tétel, számítógépek fejlődése – Neumann János... A matematika néhány filozófiai kérdése. A matematika fejlődésének külső és belső hajtóerői. Néhány megoldatlan és megoldhatatlan probléma.</p>	<p><i>Informatika:</i> könyvtárhasználat, internet-használat.</p>

<p>A fejlesztés várt eredményei a két évfolyamos ciklus végén</p>	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i> –A kombinatorikai problémához illő módszer önálló megválasztása. –Bizonyított és nem bizonyított állítás közötti különbség megértése. –Feltétel és következmény biztos felismerése a következtetésben. –Szövegértés: a szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése, rendezése problémamegoldás céljából. –A szöveghez illő matematikai modell elkészítése. –A gráfok eszköz jellegű használata probléma megoldásában.</p> <p><i>Számelmélet, algebra</i> –A kiterjesztett gyök- és hatványfogalom ismerete. –A logaritmus fogalmának ismerete. –A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak alkalmazása konkrét esetekben probléma megoldása céljából. –Exponenciális és logaritmusos egyenletek megoldása, ellenőrzése. –Trigonometrikus egyenletek megoldása, az azonosságok alkalmazása, az összes gyök megtalálása. – A számológép biztos használata.</p> <p><i>Geometria</i> –Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták ismerete. –Két vektor skaláris szorzata alkalmazása. –Forgásszögek-szögfüggvényeinek értelmezése, számolás szögfüggvényekkel. Szögfüggvények közötti összefüggések ismerete. –Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében, szinusztétel, koszinusztétel alkalmazása. –Valós problémákhoz geometriai modell alkotása.</p>
--	--

- A geometriai és az algebrai ismeretek közötti kapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, kör és egyenes egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása.
 - Térbeli viszonyok, testek felismerése, geometriai modell készítése.
 - Hosszúság, szög, kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása.
- Függvények, az analízis elemei*
- Az exponenciális-, logaritmus- és a trigonometrikus függvények értelmezése, ábrázolása, jellemzése.
 - Függvénytranszformációk alkalmazása.
 - Exponenciális folyamatok matematikai modelljének használata.
 - A számtani és a mértani sorozat ismerete, feladatokban való alkalmazása.
 - Pénzügyi alapfogalmak ismerete, pénzügyi számítások megértése, reprodukálása, kamatos kamatszámítás elvégzése.
- Valószínűség, statisztika*
- Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében.
 - A valószínűség matematikai fogalma, klasszikus kiszámítási módjának alkalmazása.
 - Mintavétel és valószínűség kapcsolata, alkalmazása.

A matematikai tanulmányok végére a tanulók önállóan tudjanak megoldani matematikai problémákat.

Kombinatív gondolkodásuk fejlődésének eredményeként legyenek képesek többféle módon megoldani matematikai feladatokat.

Fejlődjön a bizonyítási, diszkussziós igényük olyan szintre, hogy döntési helyzetekben tudjanak reálisan dönteni (pl. gazdasági, pénzügyi kérdésekben).

Feladatmegoldásokban rendszeresen használják a számológépet, elektronikus eszközöket.

Tudjanak a síkban, térben tájékozódni, az ilyen témájú feladatok megoldásához célszerű ábrákat készíteni.

A feladatmegoldások során helyesen használják a tanult matematikai szak kifejezéseket, jelöléseket.

A tanulók váljanak képessé a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára, törekedjenek az önellenőrzésre, legyenek képesek várható eredmények becslésére.

A helyes érvelésre szoktatással fejlődjön a tanulók kommunikációs készsége.

Rendelkezzenek alapvető matematika kultúrtörténeti ismeretekkel, ismerjék a legnagyobb matematikusok felfedezéseit, legyen rálátásuk a magyar matematikusok eredményeire.